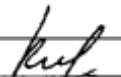



Муниципальное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа №2» п. Бабынино  
Бабынинского района Калужской области

Согласована  
« 28.08.2020 »  
Зам. дир. по УВР 

Принята педагогическим  
советом школы  
№ 5 от 28.08.2020

Рассмотрена на ШМО  
№ 1 от 26.08.2020  


Утверждена приказом  
№   
Директор ОУФК  Полюшедова



Программа  
кружка по математике

**«Практикум по решению задач по математике»**

11 класс

## Пояснительная записка

В преподавании любой дисциплины нельзя учить всех одному и тому же, в одинаковом объёме и содержании, в первую очередь, в силу разных интересов, а затем и в силу способностей, особенностей восприятия, мировоззрения. Необходимо предоставлять обучающим возможность выбора дисциплины для более глубокого изучения.

Школьная программа по математике содержит лишь самые необходимые, максимально упрощённые знания. Практика показывает громадный разрыв между содержанием школьной программы по математике и теми требованиями, которые налагаются на абитуриентов, поступающих в высшие учебные заведения. Поступить в ВУЗ нашим выпускникам становится трудно не только в силу экономических и социально-политических условий, но и по причине несоответствия знаний выпускника, которого добросовестно учили по программе, и уровнем вступительных экзаменов в вуз. Учащиеся 11 классов, перегружаясь, вынуждены посещать дополнительно платные курсы (которые не всем доступны), а учителя школ вынуждены организовывать для них разного рода дополнительные занятия. В целях наилучшего результата делать это надо не только в последние годы обучения, но значительно раньше.

Главная цель предлагаемой программы заключается не только в подготовке к вступительному экзамену, и в овладении определённым объёмом знаний, готовых методов решения нестандартных задач, но и в том, чтобы научить самостоятельно мыслить, творчески подходить к любой проблеме.

В связи с этим разработана программа кружка по математике.

Кружок "Практикум решения задач по математике" рассчитан на 34 часа для учащихся 11 классов. Данная программа сможет привлечь внимание учащихся, которым интересна математика, кому она понадобится при учебе, подготовке к экзаменам, в частности, к ЕГЭ. Слушателями могут быть учащиеся различного профиля обучения.

Данный кружок имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, систематизации знаний при подготовке к выпускным экзаменам. Используются различные формы организации занятий, такие как лекция и семинар, групповая, индивидуальная деятельность учащихся. Результатом должна быть успешная сдача ЕГЭ и централизованного тестирования.

### Цели:

- На основе коррекции базовых математических знаний учащихся совершенствовать математическую культуру и творческие способности учащихся. Расширение и углубление знаний, полученных при изучении курса алгебры.
- Закрепление теоретических знаний; развитие практических навыков и умений. Умение применять полученные навыки при решении нестандартных задач в других дисциплинах.
- Создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации, полученных ранее знаний; подготовка к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

### **Задачи:**

- Реализация индивидуализации обучения; удовлетворение образовательных потребностей школьников по математике.
- Формирование устойчивого интереса учащихся к предмету.
- Выявление и развитие их математических способностей.
- Подготовка к обучению в ВУЗе.
- Обеспечение усвоения обучающимися наиболее общих приемов и способов решения задач.
- Развитие умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;
- Формирование и развитие аналитического и логического мышления.
- Расширение математического представления учащихся по определённым темам, включённым в программы вступительных экзаменов в другие типы учебных заведений.
- Развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

**Виды деятельности на занятиях:** лекция учителя, беседа, практикум, консультация, ИКТ- технологии, дистанционное обучение.

### **Особенности:**

1. Краткость изучения материала.
2. Практическая значимость.
3. Нетрадиционные формы изучения материала.

### **Умения и навыки учащихся, формируемые кружком:**

- Навык самостоятельной работы с таблицами и справочной литературой
- Составление алгоритмов решения типичных задач.
- Умения решения тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.
- Исследования элементарных функций решения задач различных типов.

## **Содержание**

### **Тема 1. Текстовые задачи ( 5 часов)**

Логика и общие подходы к решению текстовых задач. Простейшие текстовые задачи. Основные свойства прямо и обратно пропорциональные величины. Проценты, округление с избытком, округление с недостатком. Выбор оптимального варианта. Выбор варианта из двух возможных Выбор варианта из трех возможных Выбор варианта из четырех возможных. Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси, на движение, на совместную работу.

### **Тема 2. Тригонометрия (5 часов)**

Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых тригонометрических выражений. Преобразования буквенных тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства. Простейшие тригонометрические уравнения. Два метода решения

тригонометрических уравнений: введение новой переменной и разложение на множители. Однородные тригонометрические уравнения.

### **Тема 3. Планиметрия (5 часов)**

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника. Координатная плоскость. Векторы. Вычисление длин и площадей.

Задачи, связанные с углами. Многоконфигурационные планиметрические задачи.

### **Тема 4. Стереометрия (5 часов)**

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности составного многогранника.

### **Тема 5. Производная (5 часов)**

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Исследование функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Наибольшее и наименьшее значение функций. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Исследование производений и частных. Исследование тригонометрических функций. Исследование функций без помощи производной.

### **Тема 6. Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6 (8 часов)**

Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней. Арифметический способ. Алгебраический способ. Геометрический способ. Основные методы решения тригонометрических уравнений. Тригонометрические уравнения, линейные относительно простейших тригонометрических функций. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям с помощью замены. Метод разложения на множители. Комбинированные уравнения. Многогранники: типы задач и методы их решения.

Расстояния и углы. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.

Площади и объемы. Площадь поверхности многогранника. Площадь сечения многогранника. Объем многогранника.

Системы неравенств с одной переменной.

Решение показательных и логарифмических неравенств. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Смешанные неравенства. Системы неравенств.

Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии (многовариантные задачи)

Функция и параметр. Функции, заданные в явном виде. Применение свойств функции. Функции, заданные в неявном виде. Решение задач разными способами.

Задачи на целые числа. Делимость целых чисел. Десятичная запись числа.

Сравнения. Выражения с числами. Выражения с переменными. Методы решения уравнений и неравенств в целых числах.

**Итоговое занятие.**

Приложение к программе кружка по математике «Практикум по решению задач по математике» 11 класс, 2019-2020 уч.год  
Учитель физики и математики Ковалева Л.А.

Рассмотрено на ШМО  
№ \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Согласовано  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_  
Зам. дир. по УВР \_\_\_\_\_

### Календарно-тематическое планирование

№	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Дата проведения
<b>Текстовые задачи (5 часов)</b>			
1	Простейшие текстовые задачи. Выбор оптимального варианта	1	<i>05.09.2019г</i>
2-3	Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси	2	12, 19
4-5	Текстовые задачи на движение и совместную работу	2	26 <i>03.10</i>
<b>Тригонометрия (5 часов)</b>			
6-7	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений.	2	<i>10, 17.10</i>
8-10	Методы решения тригонометрических уравнений	3	24 <i>07, 14.11</i>
<b>Планиметрия (5 часов)</b>			
11	Вычисление длин и площадей	1	21
12	Задачи, связанные с углами	1	28
13-14	Углы и расстояния в пространстве	2	<i>5, 12.12</i>
15	Многоконфигурационная планиметрическая задача	1	19
<b>Стереометрия (5 часов)</b>			
16-17	Параллелепипед, куб	2	26 <i>09.01.2020г</i>
18	Призма	1	16
19	Пирамида	1	23
20	Составные многогранники	1	30
<b>Производная (5 часов)</b>			
21-22	Применение производной к исследованию функций	2	<i>6, 13.02</i>
23	Исследование произведений и частных	1	20
24	Исследование тригонометрических функций	1	27
25	Исследование функций без помощи производной	1	<i>05.03</i>
<b>Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6 (8 часов)</b>			
26	Задания С1. Тригонометрические уравнения	1	12
27	Задания С2. Углы и расстояния в пространстве	1	19
28-29	Задания С3. Неравенства, системы неравенств	2	26 <i>09.04</i>
30-31	Задания С4. Многоконфигурационная планиметрическая задача	2	16, 23
32	Задания С5. Уравнения, неравенства, системы с параметром	1	30
33	Задания С6. Числа и их свойства	1	<i>07.05</i>
34	Итоговое занятие.	2	14, 21

## **Требования к уровню усвоения элективного курса**

Выполнение практических занятий имеет целью закрепить у учащихся теоретические знания и развить практические навыки и умения в области математики, и успешной сдачи ЕГЭ по математике.

- Учащиеся должны знать, что такое проценты и сложные проценты, основное свойство пропорции.
- Знать схему решения линейных, квадратных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений.
- Знать способы решения систем уравнений.
- Знать определение параметра; примеры уравнений с параметром; основные типы задач с параметрами; основные способы решения задач с параметрами.
- Знать определение линейного уравнения и неравенства с параметрами. Алгоритмы решения линейных уравнений и неравенств с параметрами графическим способом. Определение квадратного уравнения и неравенства с параметрами. Алгоритмы решения квадратного уравнения и неравенства с параметрами графическим способом
- Проводить тождественные преобразования иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений.
- Решать иррациональные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства.
- Решать системы уравнений изученными методами.
- строить графики элементарных функций и проводить преобразования графиков, используя изученные методы.
- Применять аппарат математического анализа к решению задач.
- Применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований, векторный, координатный) к решению геометрических задач.
- Уметь применять вышеуказанные знания на практике.

### **Формы контроля уровня достижений учащихся и критерии оценки**

- Текущий контроль: практическая работа, самостоятельная работа.
- Тематический контроль: тест.
- Итоговый контроль: итоговый тест.

### **Планируемые результаты**

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- овладеть и пользоваться на практике техникой сдачи теста;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в

том числе Интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

### **Учебно-методическое обеспечение**

1. Гольдич В.А. Алгебра. Решение уравнений и неравенств. - СПб.: Литера, 2014.
2. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. - М.-Харьков: "ИЛЕКСА", "Гимназия", 2016.
3. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач – М. – «Просвещение» 2018.
4. Кодификатор, спецификация заданий ЕГЭ 2019 -2020 гг.

Интернет – источники:

1. Открытый банк задач ЕГЭ: <http://mathege.ru>
2. Он-лайн тесты:
3. <http://uztest.ru/exam?idexam>
4. <http://reshuege.ru>
5. ФИПИ <http://fipi.ru>
6. МИОО <http://www.mioo.ru/ogl.php#>
7. <http://shpargalkaeg.ru/>



**Тематическое планирование элективного курса. 11класс**

Дата	№	Тема занятий	Метод обучения	Тип занятия	Форма контроля	Теория	Практика
<b>Текстовые задачи (5 часов)</b>							
	1	Простейшие текстовые задачи. Выбор оптимального варианта.	Лекция, письменные упражнения	Изучение нового материала	Устная проверка	0,5	0,5
	2	Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси.	Лекция, письменные упражнения	Изучение нового материала	Проверка письменно - графических работ	0,5	0,5
	3	Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси.	Объяснение, выполнение тренировочных упражнений	Закрепление	Внешний контроль		1
	4	Текстовые задачи на движение и совместную работу	Лекция, письменные упражнения	Изучение нового материала	Проверка письменно - графических работ	0,5	0,5
	5	Текстовые задачи на движение и совместную работу	Объяснение, выполнение тренировочных	Закрепление	Внешний контроль		1
<b>Тригонометрия (5 часов)</b>							
	6	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений.	Изложение, рассказ, объяснение с применением наглядных пособий (информационный)	Комбинированный урок	Взаимный контроль	0,5	0,5
	7	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений.	Объяснение и самостоятельная работа, упражнения	Применение ЗУН	Проверка практических работ		1
	8	Методы решения тригонометрических уравнений	Объяснение и самостоятельная работа, упражнения	Применение ЗУН	Внешний контроль, проверка п/р		1
	9	Методы решения тригонометрических уравнений	Объяснение и самостоятельная работа, упражнения	Применение ЗУН	Взаимный контроль, проверка п/р		1

	10	Методы решения тригонометрических уравнений	Объяснение и самостоятельная работа, упражнения	Применение ЗУН	Внешний контроль, проверка п/р		1
<b>Планиметрия (5 часов)</b>							
	11	Вычисление длин и площадей	Объяснительно - иллюстративный	Изучение нового материала	Взаимный контроль	0,5	0,5
	12	Задачи, связанные с углами	Комбинированный урок	Изучение и первичное	Самоконтроль	0,5	0,5
	13	Углы и расстояния в пространстве	Репродуктивный	Формирование ЗУН	Взаимоконтроль	0,5	0,5
	14	Углы и расстояния в пространстве	Репродуктивный	Формирование ЗУН	с/р		1
	15	Многоконфигурационная планиметрическая задача	Проблемное изложение	Формирование ЗУН	Внешний контроль	0,5	0,5
<b>Стереометрия (5 часов)</b>							
	16	Параллелепипед, куб	Частично - поисковый	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль	0,5	0,5
	17	Параллелепипед, куб	Репродуктивный	Применение ЗУН	с/р		1
	18	Призма	Частично - поисковый	Формирование ЗУН	Взаимоконтроль		1
	19	Пирамида	Частично - поисковый	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль		1
	20	Составные многогранники	Проблемное изложение	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль		1
<b>Производная (5 часов)</b>							
	21	Применение производной к исследованию функций	Комбинированный	Применение ЗУН	с/р		1
	22	Применение производной к исследованию функций	Лекция, письменные упражнения	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль		1

	23	Исследование произведений и частных	Репродуктивный	Систематизация и обобщение	Практическая работа		1
	24	Исследование тригонометрических функций	Лекция, письменные упражнения	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль		1
	25	Исследование функций без помощи производной	Репродуктивный	Систематизация и обобщение	Практическая работа		1

**Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6 (8 часов)**

	26	Задания С1. Тригонометрические уравнения	Репродуктивный	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль	0,5	0,5
	27	Задания С2. Углы и расстояния в пространстве	Объяснение, выполнение тренировочных	Применение ЗУН	с/р		1
	28	<b>Задания С3. Неравенства, системы неравенств</b>	Репродуктивный	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль	0,5	0,5
	29	Задания С3. Неравенства, системы неравенств функций.	Объяснение, выполнение тренировочных	Применение ЗУН	с/р		1
	30	Задания С4. Многоконфигурационная планиметрическая задача	Репродуктивный	Формирование ЗУН	Индивидуальный контроль	0,5	0,5
	31	<b>Задания С4. Многоконфигурационная планиметрическая задача</b>	Объяснение, выполнение тренировочных	Применение ЗУН	с/р		1
	32	<b>Задания С5. Уравнения, неравенства, системы с параметром</b>	Проблемное изложение	Изучение и первичное закрепление	Индивидуальный контроль	0,5	0,5
	33	Задания С6. Числа и их свойства	Проблемное изложение	Изучение и первичное закрепление	Индивидуальный контроль	0,5	0,5
	34	Итоговый урок		Обобщение и систематизация	Взаимоконтроль		<b>1</b>

Контрольно-измерительные материалы по элективному курсу

Текстовые задачи

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2—3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
2. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
3. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
4. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
5. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 800 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 80 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 400 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.
6. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла  $0,25 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекол и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
Б	440	65
В	470	55

7. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг  $R$  бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного  $0,01$  средней цены  $P$ , показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4600	2	0	2
Б	5500	4	3	1

В	4800	4	4	4
Г	4700	2	1	4

- Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?
- Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
- Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

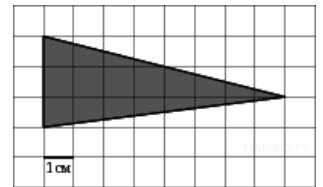
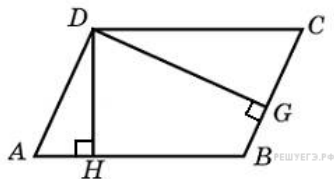
## Тригонометрия

- Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.
- Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .
- Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}}{8}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}{7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}$ .
- Дано уравнение  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$ . а) Решите уравнение; б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

## Планиметрия

- На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см  $\times$  1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных

сантиметрах.

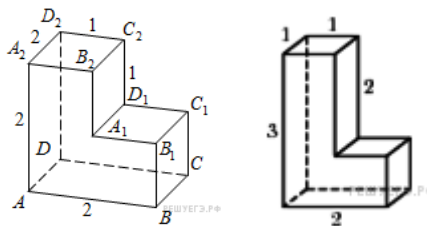


2. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.
3. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.
4. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 3 и 2. Найдите площадь трапеции.
5. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны  $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$  и  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ .
6. Стороны правильного треугольника  $ABC$  равны 3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .
7. Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(6; 8)$ ,  $B(6; 2)$ ,  $C(0; 6)$  являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки  $P$  пересечения его диагоналей.
8. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найдите  $AB$ .
9. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $75^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.
10. На прямой, содержащей медиану  $AD$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$ , взята точка  $E$ , удаленная от вершины  $A$  на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника  $BCE$ , если  $BC = 6$ ,  $AC = 4$ .

## Стереометрия

1. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка  $OS$ .
2. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $A_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .

3. Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_2$  многогранника,

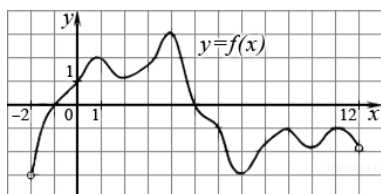


изображенного на рисунке.

4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке
5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.
6. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.
7. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.
8. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.
9. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите косинус угла между плоскостями  $BA_1 C_1$  и  $BA_1 D_1$ .
10. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны ребра:  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ ,  $CC_1 = 16$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 DB$ .

## Производная

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 6$  с.
2. Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.
3. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



4. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 27x$  на отрезке  $[0; 4]$ .
5. Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$ .

6. Найдите наименьшее значение функции  $y = (x+3)^2(x+5) - 1$  на отрезке  $[-4; -1]$ .
7. Найдите наибольшее значение функции  $y = 12\cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
8. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5\sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$  на отрезке  $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$ .
9. Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$ .
10. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \cos 2x - \cos x$ .

### Вычисления и преобразования

1. Решите уравнение  $\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
2. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x-15} = \frac{1}{4x+3}$ .
3. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-72+17x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
4. Найдите  $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .
5. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$ .
6. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[7]{m}}{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}$  при  $m = 125$ .
7. Найдите значение выражения  $\frac{6^{4,5}}{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}$ .
8. Найдите значение выражения  $\frac{a^{8,57}}{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}$  при  $a = 12$ .
9. Найдите значение выражения  $\frac{\cos 34^\circ}{\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ .
10. Найдите корни уравнения:  $\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

### Практико – ориентированные задачи

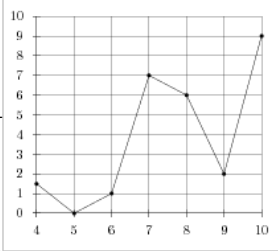
1. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  —



- температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
2. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника (в вольтах),  $r = 1 \text{ Ом}$  – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)
3. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400 \text{ км}$  — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?
4. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  – начальная масса изотопа,  $t$  (мин) – прошедшее от начального момента время,  $T$  – период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 40 \text{ мг}$  изотопа  $Z$ , период полураспада которого  $T = 10 \text{ мин}$ . В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?
5. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 3$  моля воздуха объемом  $V_1 = 8 \text{ л}$ , медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 5,75$  – постоянная, а  $T = 300$  – температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?
6. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$ . Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?
7. Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

8. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.
- 
- | Day | Precipitation (mm) |
|-----|--------------------|
| 4   | 1                  |
| 5   | 0                  |
| 6   | 1                  |
| 7   | 7                  |
| 8   | 6                  |
| 9   | 2                  |
| 10  | 9                  |
9. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней придет зеленое такси.
10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

### Стереометрия

1. Высота конуса равна 6, а диаметр основания — 16. Найдите образующую конуса.
2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $21\pi$ , а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.
3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $7\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.
4. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
5. Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см<sup>3</sup> воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см<sup>3</sup>.
6. Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
7. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.
8. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен  $\sqrt{3}$ .
9. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.
10. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на  $\pi$ .

## Типовые задания С1, С2, С3, С4, С5, С6

- С1 Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$ .
- С1 а) Решите уравнение  $\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0$ . б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$ .
- С 2 В правильном тетраэдре  $ABCD$  найдите угол между высотой тетраэдра  $DH$  и медианой  $BM$  боковой грани  $BCD$ .
- С 2 Дана правильная треугольная пирамида  $DABC$  с вершиной  $D$ . Сторона основания пирамиды равна  $\sqrt{6}$ , высота равна  $\sqrt{30}$ . Найдите расстояние от середины бокового ребра  $BD$  до прямой  $MT$ , где точки  $M$  и  $T$  — середины ребер  $AC$  и  $AB$  соответственно.
- С 3 Решите систему неравенств  $\begin{cases} \log_{\log_2 x} (6x - 2) \geq 0, \\ 20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0. \end{cases}$   
 $\begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 4x}{x - 4} \leq x. \end{cases}$
- С 3 Решите систему неравенств
- С4 Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.
- Дан треугольник  $ABC$ . Точка  $E$  на прямой  $AC$  выбрана так, что треугольник  $ABE$ , площадь которого равна 14, — равнобедренный с основанием  $AE$  и высотой  $BD$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $\angle ABE = \angle CBD = \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{24}{7}$ .
- С5 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множеством решений неравенства  $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$  является отрезок.
- Найти все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$  имеет более двух точек экстремума.
- Перед каждым из чисел 14, 15, . . . , 20 и 4, 5, . . . , 8 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?
- Сумма двух натуральных чисел равна 43, а их наименьшее общее кратное в 120 раз больше их наибольшего общего делителя. Найдите эти числа.

